

Control 7

P1. Sea $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ un polinomio mónico con $\text{gr}(p) = 3$. Se sabe que $p(x)$ es divisible por $(x - 1)$ y que los restos de sus divisiones por $(x - 2)$, $(x - 3)$ y $(x - 4)$ son iguales.

Determine $p(x)$, justificando sus pasos, y encuentre todas sus raíces.

P2. a) (2,0 ptos.) Sean w_0, w_1, \dots, w_{n-1} las n -ésimas raíces de la unidad. Pruebe que, $\forall k \in \{1, 2, \dots, n-1\}$,

$$\sum_{j=0}^{n-1} (w_j)^k = 0.$$

b) (4,0 ptos.) Sea $m \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ y $p(x) \in \mathbb{C}[x]$ el polinomio de grado m definido por

$$p(x) = \sum_{k=0}^m a_k x^k = a_0 + a_1 x + \dots + a_m x^m.$$

Demuestre que

$$\frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} p(w_j) = p(0).$$

28 de junio de 2008
Sin consultas
Tiempo: 1:15